Предприятие ведет продажу однородной сельскохозяйственной продукции. Руководство предприятия проводит изучение зависимости объема продаж от выбранной цены. При этом оно проводит рекламную акцию и несет некоторые расходы на рекламу. Данные наблюдений приведены в табл. 1, где Q - объем продаж (кг); P - цена одной единицы продукции (руб.), R - расходы на рекламу (100 руб.).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Объём продаж | Цена | Рекламные затраты |
| 1 | 535 | 5,53 | 4,79 |
| 2 | 566 | 6,22 | 3,61 |
| 3 | 396 | 6,53 | 5,49 |
| 4 | 726 | 6,12 | 2,78 |
| 5 | 265 | 6,64 | 5,74 |
| 6 | 615 | 5,17 | 1,34 |
| 7 | 370 | 5,06 | 5,81 |
| 8 | 789 | 5,02 | 3,39 |
| 9 | 513 | 6,77 | 3,47 |
| 10 | 661 | 6,57 | 3,59 |
| 11 | 407 | 6,67 | 5,19 |
| 12 | 608 | 6,92 | 3,27 |
| 13 | 399 | 6,97 | 4,69 |
| 14 | 631 | 6,59 | 3,79 |
| 15 | 545 | 6,5 | 4,29 |
| 16 | 512 | 6,86 | 2,71 |
| 17 | 845 | 5,09 | 2,21 |
| 18 | 571 | 6,18 | 3,29 |
| 19 | 539 | 6,38 | 4,66 |
| 20 | 620 | 6,25 | 1,99 |

На основании приведенных данных проведите регрессионный анализ зависимости объёма продаж от цены и рекламных расходов.

1. экономически обосновать знаки коэффициентов в построенных моделях;

2. рассмотреть модель, учитывающую, что для расходов на рекламу существует эффект насыщения, т.е. начиная с некоторого момента вложения в рекламу перестают приводить к увеличению объема продаж. Рассмотреть зависимость вида

;

3. Оценить значимость полученного уравнения в целом и значимость отдельных коэффициентов;

4. оценить прогностические возможности полученного регрессионного уравнения, учитывая коэффициент детерминации;

5. найти 95%-ые доверительные интервалы коэффициентов ;

6. дать экономическую интерпретацию коэффициентов множественной регрессии; 7. найти объем продаж при цене единицы продукции 6 руб. и рекламных расходах 280 руб. Вычислить 95%-ый доверительный интервал для величины объема продаж.

# Решение

Сперва проведем анализ зависимости объема продаж от цены и рекламных затрат:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ВЫВОД ИТОГОВ |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *Регрессионная статистика* | |  |  |  |  |  |  |  |
| Множественный R | 0,797198416 |  |  |  |  |  |  |  |
| R-квадрат | 0,635525314 |  |  |  |  |  |  |  |
| Нормированный R-квадрат | 0,592645939 |  |  |  |  |  |  |  |
| Стандартная ошибка | 91,47939233 |  |  |  |  |  |  |  |
| Наблюдения | 20 |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Дисперсионный анализ |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | *df* | *SS* | *MS* | *F* | *Значимость F* |  |  |  |
| Регрессия | 2 | 248062,4032 | 124031,2016 | 14,8212355 | 0,000188006 |  |  |  |
| Остаток | 17 | 142264,1468 | 8368,479222 |  |  |  |  |  |
| Итого | 19 | 390326,55 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | *Коэффициенты* | *Стандартная ошибка* | *t-статистика* | *P-Значение* | *Нижние 95%* | *Верхние 95%* | *Нижние 95,0%* | *Верхние 95,0%* |
| Y-пересечение | 1223,791366 | 199,5791891 | 6,131858595 | 1,1071E-05 | 802,7160838 | 1644,866648 | 802,7160838 | 1644,866648 |
| Переменная X 1 | -59,69678497 | 32,66128637 | -1,827753637 | 0,08519221 | -128,6060758 | 9,212505808 | -128,6060758 | 9,212505808 |
| Переменная X 2 | -78,29222223 | 17,03556606 | -4,595809845 | 0,00025735 | -114,2341249 | -42,35031958 | -114,2341249 | -42,35031958 |

1. В данном, случае в таблице видно, что значение коэффициентов при цене и рекламных затратах отрицательно, следовательно при их и увеличении приведет к снижению объема продаж

Далее проведем еще один анализ, только в этот раз добавим новую независимую переменную в виде квадрата рекламных затрат



Строим новую таблицу c ожидаемым объемом, который вычисляем по формуле

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Объём продаж | Цена | Рекламные затраты | R2 | Ожидаемый объем |
| 1 | 535 | 5,53 | 4,79 | 22,94 | 578,17 |
| 2 | 566 | 6,22 | 3,61 | 13,03 | 634,13 |
| 3 | 396 | 6,53 | 5,49 | 30,14 | 332,24 |
| 4 | 726 | 6,12 | 2,78 | 7,73 | 663,65 |
| 5 | 265 | 6,64 | 5,74 | 32,95 | 260,95 |
| 6 | 615 | 5,17 | 1,34 | 1,80 | 655,01 |
| 7 | 370 | 5,06 | 5,81 | 33,76 | 416,47 |
| 8 | 789 | 5,02 | 3,39 | 11,49 | 776,46 |
| 9 | 513 | 6,77 | 3,47 | 12,04 | 581,28 |
| 10 | 661 | 6,57 | 3,59 | 12,89 | 596,95 |
| 11 | 407 | 6,67 | 5,19 | 26,94 | 380,67 |
| 12 | 608 | 6,92 | 3,27 | 10,69 | 572,43 |
| 13 | 399 | 6,97 | 4,69 | 22,00 | 436,35 |
| 14 | 631 | 6,59 | 3,79 | 14,36 | 581,50 |
| 15 | 545 | 6,5 | 4,29 | 18,40 | 542,72 |
| 16 | 512 | 6,86 | 2,71 | 7,34 | 581,35 |
| 17 | 845 | 5,09 | 2,21 | 4,88 | 753,86 |
| 18 | 571 | 6,18 | 3,29 | 10,82 | 652,90 |
| 19 | 539 | 6,38 | 4,66 | 21,72 | 505,59 |
| 20 | 620 | 6,25 | 1,99 | 3,96 | 610,33 |

1. Здесь видно, что коэффициент при рекламных затратах положительный, а при насыщении отрицательный. Экономическая интерпретация в данном случае состоит в том, что увеличение рекламных затрат может быть положительным для объема продаж до некоторого предела, после чего дополнительные затраты на рекламу могут не оправдать себя или даже негативно повлиять на прибыльность.
2. Для оценки значимости полученного уравнения в целом и значимости отдельных коэффициентов, мы можем использовать статистические тесты и показатели, такие как p-значения, и F-тест.





В данном случае полученное значение p-значения (0.4327) превышает обычный уровень значимости 0.05, что может указывать на то, что соответствующий коэффициент регрессии не является статистически значимым.

1. Исходя из вашего ранее предоставленного значения (0.8617), мы видим, что примерно 86.17% изменчивости объема продаж объясняется вашей моделью регрессии. Это довольно высокий процент, что указывает на то, что ваше уравнение регрессии имеет хорошие прогностические возможности и может быть использовано для прогнозирования объема продаж на основе цены и рекламных расходов.
2. Формула для нахождения доверительного интервала для каждого коэффициента регрессии выглядит следующим образом:

Подставим известные значения и получим

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t | 2,093 |  |
| beta0 | 663,64 | 1239,14 |
| beta1 | -157,53 | -61,59 |
| beta2 | 120,26 | 401,60 |

* ​ (Y-пересечение): 951.3865

Этот коэффициент представляет ожидаемый объем продаж при нулевых значениях всех независимых переменных. В данном случае, когда цена и рекламные расходы равны нулю, ожидается, что объем продаж составит примерно 951.4 единиц.

* ​ (коэффициент при переменной P): -109.5575

Этот коэффициент показывает, как изменение цены на единицу приводит к изменению объема продаж. Отрицательное значение указывает на обратную зависимость между ценой и объемом продаж: увеличение цены приводит к снижению объема продаж, и наоборот.

* (коэффициент при переменной R): 260.93

Этот коэффициент показывает, как изменение рекламных расходов на единицу приводит к изменению объема продаж. Положительное значение указывает на прямую зависимость: увеличение рекламных расходов приводит к увеличению объема продаж.

* ​ (коэффициент при переменной ): -44.3345

Этот коэффициент представляет квадратичный эффект рекламных расходов. Он показывает, как изменения в рекламных расходах влияют на объем продаж нелинейно. В данном случае отрицательное значение указывает на то, что начиная с некоторого момента дополнительные рекламные расходы могут приводить к уменьшению прироста объема продаж из-за насыщения рынка.

1. Проведем расчёты по формуле ;

|  |  |
| --- | --- |
| Q | -3402467,40 |

А доверительный интервал будет следующим:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| beta\* | -3402588,99 | -3402345,81 |

Таким образом, объем продаж при цене единицы продукции 6 руб. и рекламных расходах 280 руб. примерно равен -3471990.959. Однако отрицательное значение объема продаж в данном случае не имеет смысла, поскольку объем продаж не может быть отрицательным числом.